Решения на задачи от Домашно 1 по ВИС практикум

Камен Димитров Младенов, FN

16.04.2024

Задача 1. Имаме 24 ябълки, от които 4 са червиви. Разпределяме ябълките в 4 кутии, така че да са с равен брой ябълки. С помощта на симулации намерете приближение на вероятността във всяка кутия да има по една червива ябълка.

Решение

Listing 1: Сорс-код

```
ex1 <- function(total = 24, marked = 4, boxes = 4, iterations = 10000) {
  perbox <- total %/% boxes
  successes <- 0

  for (i in 1:iterations) {
    apples <- sample(append(rep("marked", each=marked), rep("normal", each=total - marked)))

    current <- 0
    for (b in 0:boxes-1) {
      current <- current + (1 == sum(apples[1:perbox + b*perbox] == "marked"))
    }

    successes <- successes + (current == 4)
  }

  return (round(successes / iterations, digits=2))
}

ex1()
```

Listing 2: Получен резултат

```
[1] 0.12
```

Вероятността във всяка кутия да има по една червива ябълка е приблизително 12%.

Задача 2. За $n = 30, 120, 200$ генерирайте случайни числа $x_1, \ldots, x_n$ от експоненциално разпределение с параметър $\lambda = 1/5$ и пресметнете $\overline{x} = (x_1 + \ldots + x_n)/n$. Повторете $N = 10000$ пъти и ще получите $\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_{10000}$. Нека

$$\widehat{F}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathbb{I}(\overline{x}_i \leq t),$$

където $\mathbb{I}(a)$ е единица, ако a е вярно и нула, в противен случай.

- Направете графика на $\widehat{F}(t)$. Може да използвате функцията ‘plot(x, y, type="l")‘.
- На същата картинка добавете графика на функцията на разпределение на $\mathcal{N}(\mu = 5, \sigma = 5/\sqrt{n})$. Двете графики трябва да са с различен цвят или едната да е с пунктирана линия.
- Трябва да получите три картинки – по една за всяка стойност на n.

Решение

Listing 3: Сорс-код

```
ex2 <- function(n, lambda = 1/5, N = 10000, mu = 5, sigma = 5 / sqrt(n)) {
  x     <- function() rexp(n, rate=lambda)
  xdash <- replicate(N, sum(x()) / n)

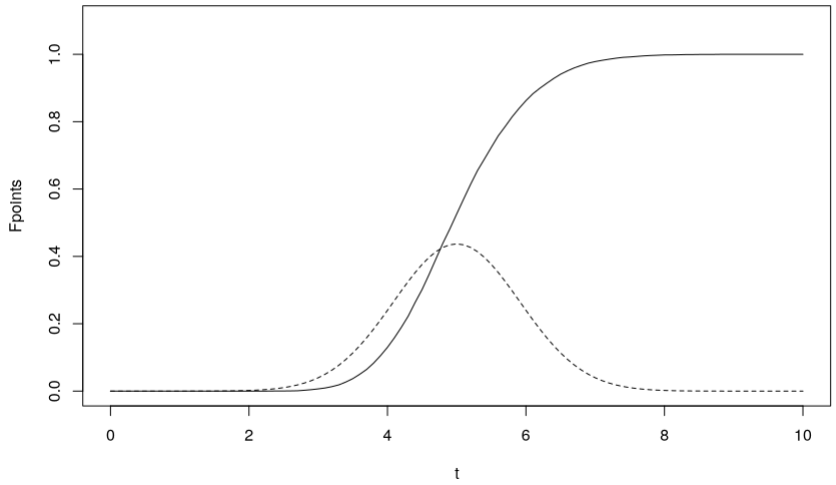
  fchapeau <- function(t) {
    # I е излишна на практика, но гледам да следвам условието възможно най-стриктно
    I <- function(a) as.integer(a == TRUE)
    return (1/N * sum(I(xdash <= t)))
  }

  t <- seq(0, 10, by=0.1)
  Fpoints <- sapply(t, fchapeau)
  Npoints <- sapply(t, function(t) dnorm(t, mu, sigma))

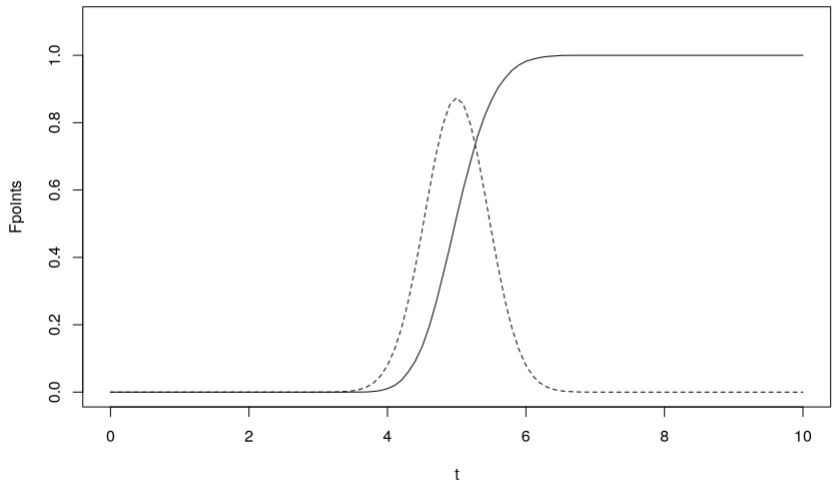
  plot (t, Fpoints, type="l", ylim=c(0, 1.1))
  lines(t, Npoints, lty=2)
}

ex2(30)
ex2(120)
ex2(200)
```

Получен резултат при $n = 30$:



Получен резултат при $n = 120$:



Получен результат при $n = 200$:

